

Clase 6: Mareas y resonancias

Cuando las órbitas se ponen de acuerdo

Simulación de N-cuerpos (método de Verlet) durante 1 años, 48582 pasos; error relativo de energía $2.9\text{e-}06$. Motor MHD-INT v5.2.2.

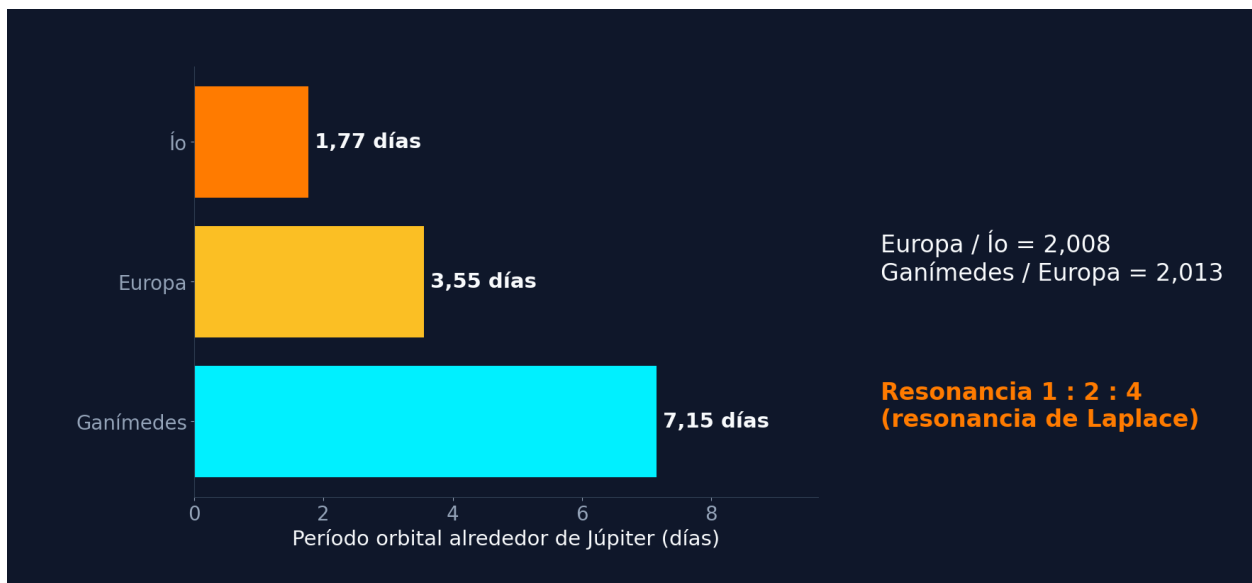
Objetivos

- Reconocer una resonancia orbital a partir de los períodos
- Comprobar la cadena resonante de TRAPPIST-1 con una simulación de N-cuerpos
- Relacionar resonancias y mareas con el volcanismo de Ío

1. Mareas y resonancias

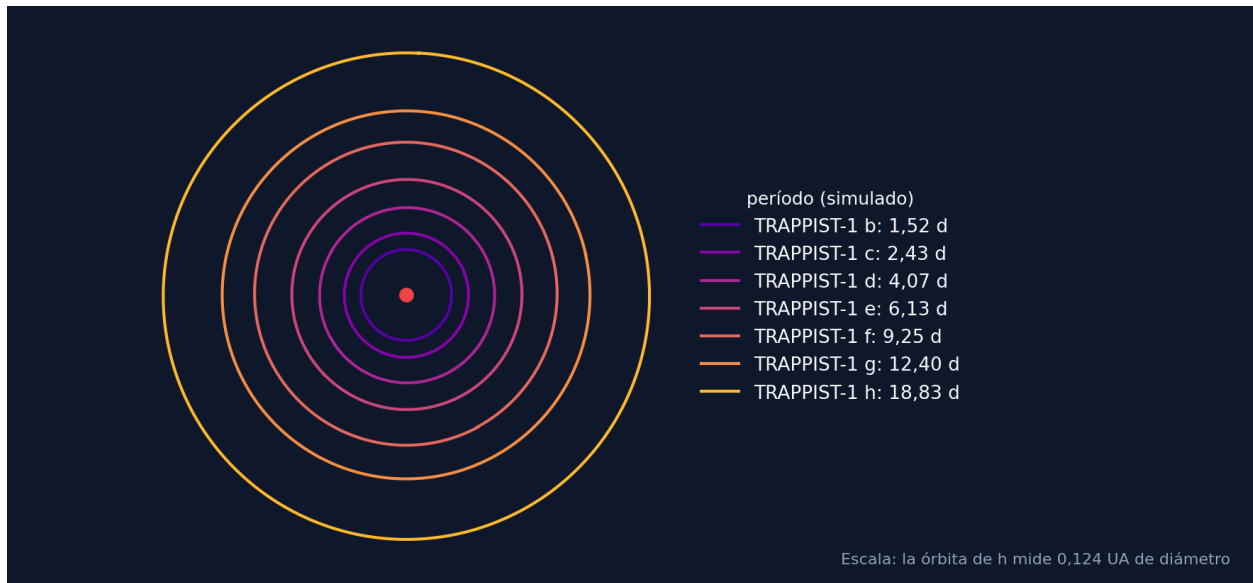
A veces las órbitas de varios cuerpos se ponen de acuerdo: sus períodos guardan proporciones de números enteros pequeños. Eso se llama resonancia. En esta clase vamos a encontrar resonancias en las lunas de Júpiter y en el sistema TRAPPIST-1, y vamos a ver qué tienen que ver con las mareas.

2. Las lunas de Júpiter



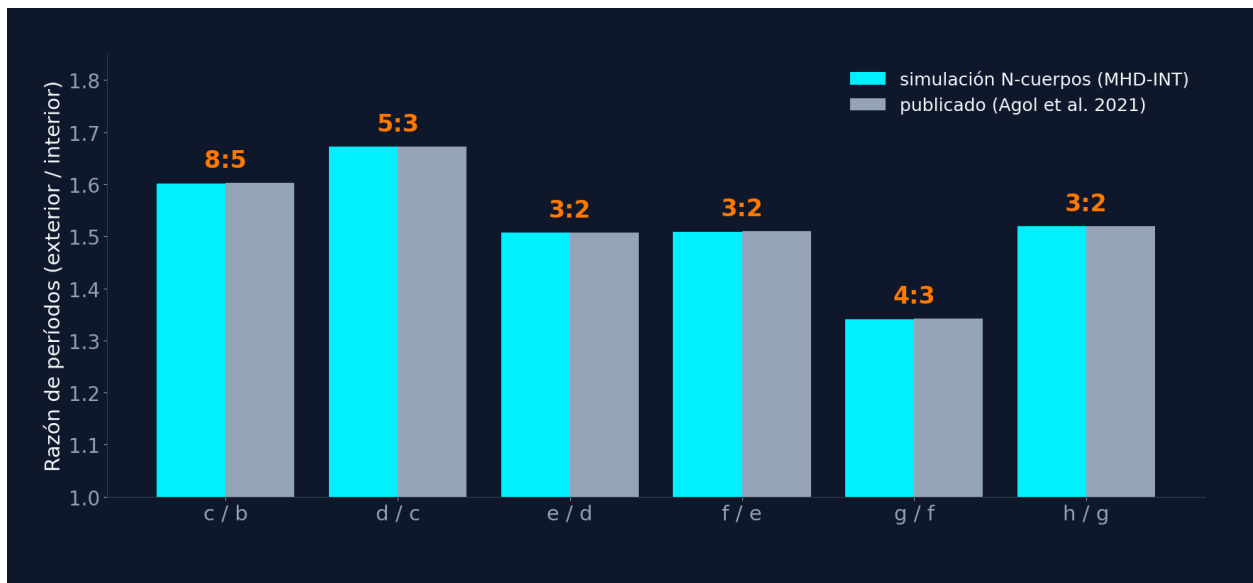
Empecemos cerca. Ío tarda 1,77 días en dar la vuelta a Júpiter, Europa 3,55 y Ganímedes 7,15. Fíjense en las proporciones: Europa tarda 2,01 veces lo que Ío, y Ganímedes 2,01 veces lo que Europa. Por cada vuelta de Ganímedes, Europa da dos e Ío cuatro. Es la resonancia de Laplace, uno a dos a cuatro.

3. Siete planetas en cadena



Ahora un caso extraordinario. TRAPPIST-1 tiene siete planetas del tamaño de la Tierra, todos más cerca de su estrella que Mercurio del Sol. Los simulamos con el módulo N-cuerpos de MHD-INT, que calcula la gravedad entre la estrella y los siete planetas a la vez. En un año simulado, el planeta b da 240 vueltas y el h, el más lejano, 19. La energía se conserva con un error de 2,88 millonésimas.

4. Una cadena de resonancias



Si dividimos el período de cada planeta por el de su vecino interior, aparece la cadena: ocho a cinco, cinco a tres, tres a dos, tres a dos, cuatro a tres y tres a dos. La simulación coincide con lo publicado por Agol y colaboradores en 2021. Y aquí va una historia honesta: al preparar esta clase, la cadena salía rota en el planeta e. Revisamos la base de datos y encontramos que su distancia estaba mal cargada. La corregimos con el valor publicado y la cadena apareció completa. Así funciona la ciencia: los datos se ponen a prueba.

5. Por qué importan

- Encuentros repetidos: los planetas se cruzan casi en el mismo lugar
- Órbitas forzadas: la resonancia impide que las mareas las redondeen del todo
- Calor de marea: Ío genera unos 100 TW y tiene cientos de volcanes activos

¿Por qué importan las resonancias? Porque los planetas se encuentran una y otra vez casi en el mismo lugar. En TRAPPIST-1, cada encuentro entre e y f ocurre apenas 12 grados más adelante que el anterior. Esos tirones gravitatorios repetidos mantienen las órbitas un poco ovaladas, y ahí entran las mareas. Ío, empujado por Europa y Ganímedes, no puede redondear su órbita, y la marea de Júpiter lo calienta por dentro: genera unos cien teravatios de calor, y por eso es el cuerpo con más volcanes activos del Sistema Solar.

6. Para practicar

Para practicar: con los períodos de esta clase, calcula la razón entre los períodos de TRAPPIST-1 g y f, y di qué resonancia es. Después busca un par de planetas del Sistema Solar que no esté en resonancia. Nos vemos en la próxima clase.

Datos de la simulación

Planeta	a (UA)	e	Período (años)	P^2/a^3	r mín-máx (UA)
TRAPPIST 1b	0.0115	0.0062	0.0042	11.2471	0.011-0.012
TRAPPIST 1c	0.0158	0.0065	0.0067	11.2326	0.016-0.016
TRAPPIST 1d	0.0223	0.0084	0.0111	11.2222	0.022-0.023
TRAPPIST 1e	0.0293	0.0050	0.0168	11.2493	0.029-0.030
TRAPPIST 1f	0.0385	0.0101	0.0253	11.2369	0.038-0.039
TRAPPIST 1g	0.0468	0.0021	0.0339	11.2203	0.046-0.047
TRAPPIST 1h	0.0619	0.0057	0.0516	11.2164	0.062-0.062

Ejercicio

1. Calcula $P(g) / P(f)$ con los períodos de la clase e identifica la resonancia.
2. Calcula $P(\text{Marte}) / P(\text{Tierra})$: ¿está cerca de una fracción simple?
3. Explica con tus palabras por qué Ío tiene volcanes y la Luna no.

Limitaciones del modelo

- La simulación de TRAPPIST-1 arranca con fases elegidas y órbitas casi circulares, no con las posiciones reales de una fecha; por eso no muestra la libración fina de la resonancia.
- Los períodos de las lunas galileanas se calculan con la tercera ley de Kepler a partir de sus distancias, no con N-cuerpos.
- El calor de Ío (~100 TW) es un valor medido (Lainey et al. 2009), no un resultado de esta simulación.

Referencias

- Agol et al. (2021), Refining the transit-timing and photometric analysis of TRAPPIST-1, PSJ 2, 1.

- Gillon et al. (2017), Seven temperate terrestrial planets around the nearby ultracool dwarf star TRAPPIST-1, Nature 542.
- Lainey et al. (2009), Strong tidal dissipation in Io and Jupiter from astrometric observations, Nature 459.
- Peale, Cassen & Reynolds (1979), Melting of Io by tidal dissipation, Science 203.

Roney Rigg Mora · Solaris Core · solariscore.com.co